Netwerkanalyse

Stokman, F.N.

6. Sociale netwerkanalyse

F.N. Stokman

6.1. Sociale netwerkanalyse en graphentheorie

In de jaren '70 is de belangstelling voor sociale netwerkanalyse zeer sterk toegenomen.[1] Dit is voor een belangrijk deel te danken geweest aan graphentheoretische toepassingen op het gebied van de sociale netwerkanalyse. Het is vooral de graphentheorie geweest die aan de begrippen sociale netwerk, sociale structuur en sociale relaties een analytisch kader heeft gegeven. Hoewel er ook sociaal-wetenschappelijke toepassingen van de graphentheorie buiten de sociale netwerkanalyse bestaan, sluit de graphentheorie namelijk zeer direct aan bij het analytisch paradigma van de sociale netwerkanalyse, waarin sociale structuren worden opgevat als een patroon van sociale relaties tussen sociale eenheden. Deze sociale eenheden kunnen personen, organisaties of andere sociale eenheden zijn. Bij de relaties kan men zich elke sociale band voorstellen. In de volgende paragraaf zullen wij daar verschillende voorbeelden van geven. Sociale netwerkanalyse is erop gericht deze patronen van sociale relaties en hun onderlinge samenhang vast te stellen; daarnaast houdt zij zich bezig met de gevolgen van deze patronen voor het gedrag van de sociale eenheden en met de gevolgen van de kwaliteiten van de sociale eenheden voor de patronen.[2]

Gewoonlijk is sociale netwerkanalyse gebaseerd op gegevens tussen paren, zoals bijvoorbeeld vriendschapsrelaties tussen personen. Zulke gegevens kunnen worden afgebeeld op een graph. Een *graph* is een object, dat is opgebouwd uit twee soorten elementen, *punten* en *lijnen*, waarbij een lijn *incident* is met één of twee punten.

Fig. 6.1. is een voorbeeld van een graph, die bestaat uit de punten U, V, W, X, Y en Z en de lijnen a, b, c, d, e, f, g en h.

Tabel 6.1. geeft de incidentierelaties tussen lijnen en punten van deze graph.

De lijnen b, e en g zijn incident met slechts één punt. Zulke lijnen worden *lussen* genoemd. Lijnen die geen lus zijn, dus incident zijn met twee punten, vormen een directe verbinding tussen die twee punten; zulke punten heten elkaars *buurtpunten*. Een punt dat geen buren heeft heet een *geïsoleerd* punt (punt Z in fig. 6.1.). De lijnen d en h zijn beide incident met de punten U en X; dergelijke lijnen zijn *parallel*. Het aantal parallelle lijnen tussen twee

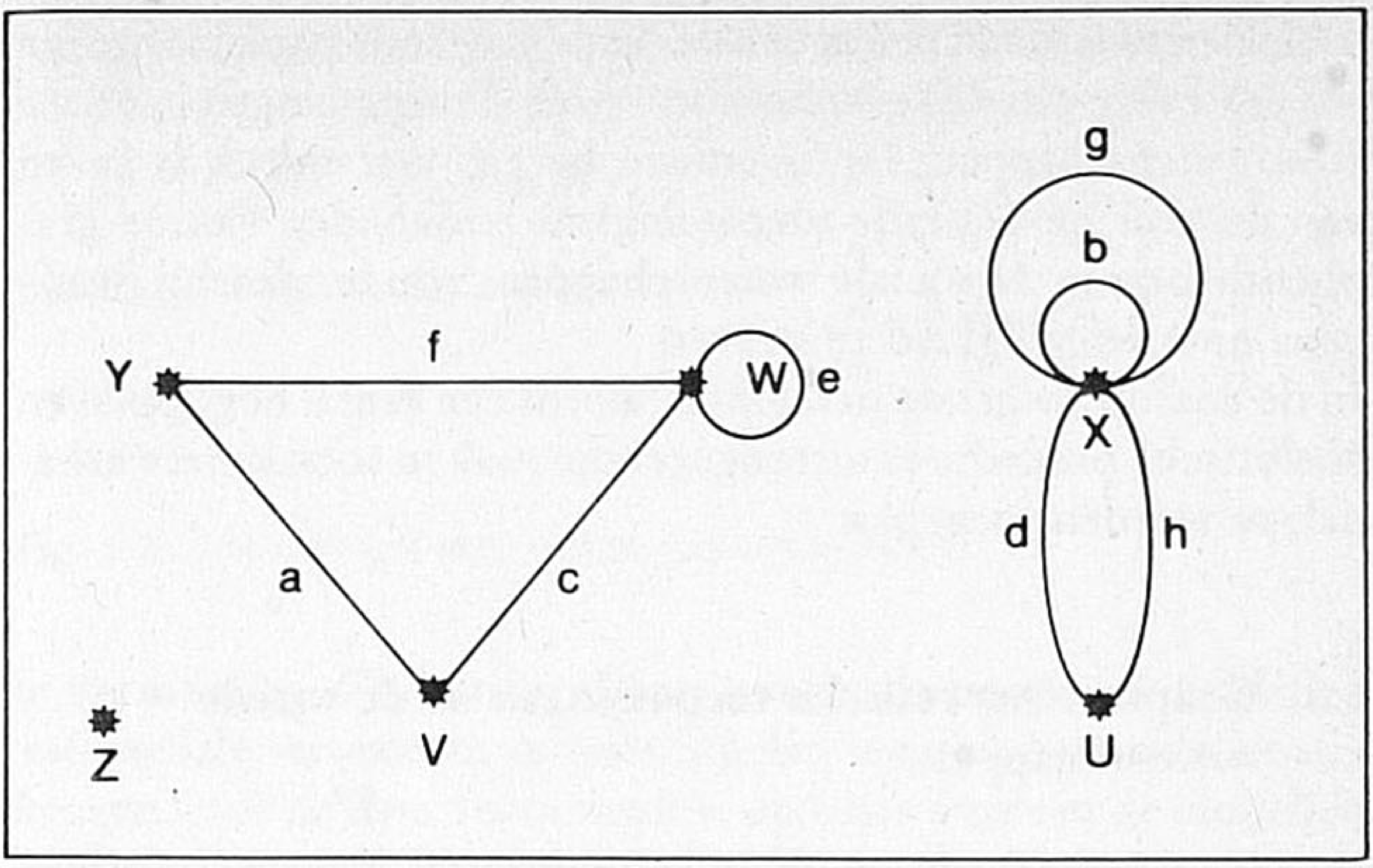


Fig. 6.1. Een graph.

punten is de multipliciteit van die verbinding, ook wel *multipliciteit* van de lijnen genoemd.[3]
Als sociale netwerkgegevens op een graph worden afgebeeld, representeren de punten sociale eenheden; de lijnen tussen de punten van de graph representeren sociale relaties tussen de eenheden. Het hangt van de concrete empirische toepassing af of aan de lijnen een richting gegeven wordt, of de lijnen een teken (positief of negatief) hebben, of zij een bepaalde waarde hebben, of er verschillende soorten lijnen bestaan en of er al dan geen lussen toegestaan zijn. Met gebruikmaking van graphentheoretische begrippen en stellingen worden deze graphen geanalyseerd en eventuele nieuwe graphen gegenereerd. De resultaten van deze analyses worden vervolgens empirisch geïnterpreteerd door hen op het

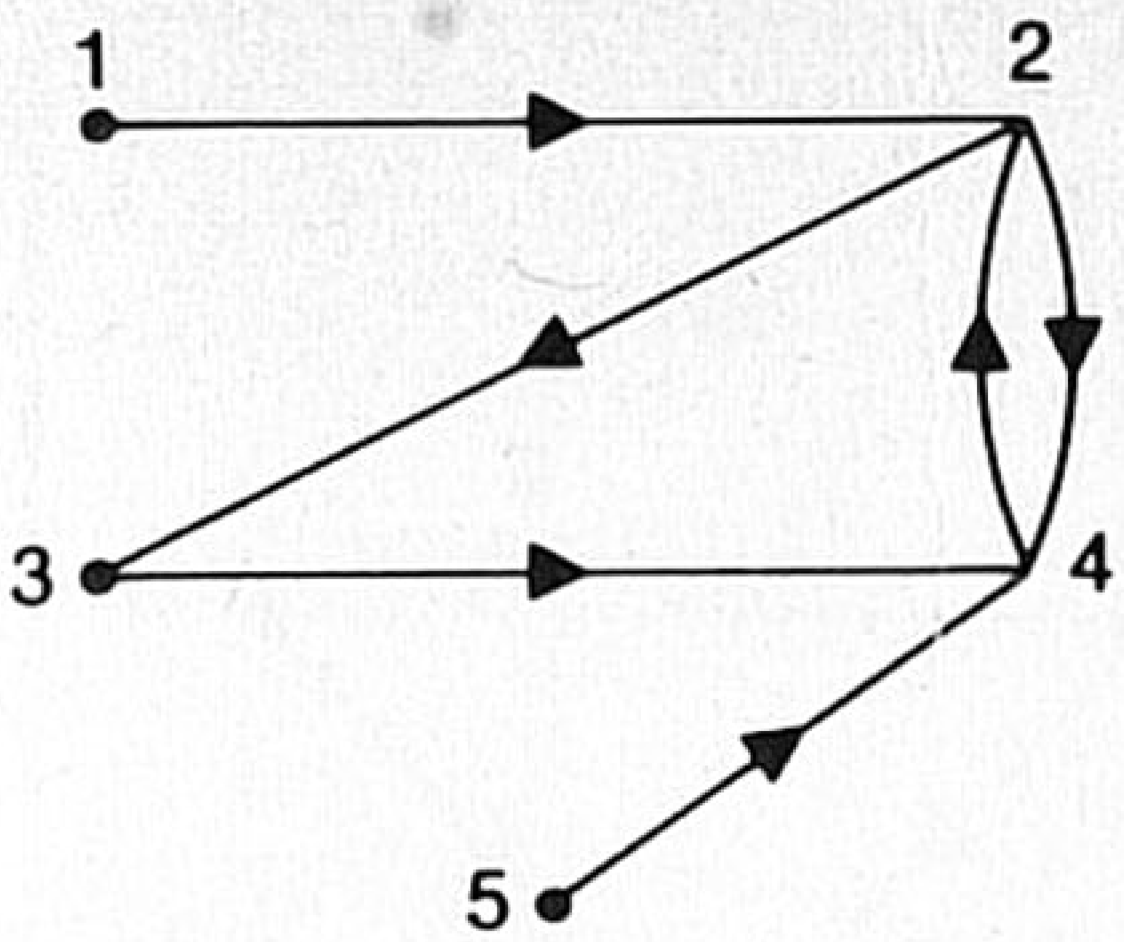
Tabel 6.1. Tabel van incidentele relaties in een graph

lijn	*incident*
a	V en Y
b	X
c	W en V
d	U en X
e	W
f	Y en W
g	X
h	U en X

sociale netwerk zelf te betrekken. In de volgende paragraaf geven wij een overzicht van graphentheoretische toepassingen in de sociale wetenschappen. Dit overzicht beoogt een indruk te geven van de zeer gevarieerde toepassingsmogelijkheden van de graphentheorie in de sociale wetenschappen, zonde: daarbij overigens naar volledigheid te streven.
In de daarop volgende paragrafen wordt een aantal begrippen en analytische procedures uiteengezet die vaak in sociale netwerkanalyse worden toegepast.

6.2. Graphentheoretische toepassingen in de sociale wetenschappen

In eerste instantie is en kan graphentheorie toegepast worden voor de analyse van kleine groepen. De punten van de graph representeren hier personen, de gerichte lijnen van de graph representeren sociale relaties zoals vriendschapsrelaties. Dergelijke gegevens zijn voor het eerst geanalyseerd door de psycholoog J.L. Moreno[4] die voor de vergaring van deze gegevens de zgn. *sociometrische test* ontwikkelde, een techniek waarbij ieder lid van de groep gevraagd werd welke andere leden van de groep hij prefereerde. Wanneer slechts één soort relatie in het onderzoek wordt betrokken, kunnen dergelijke sociale netwerken worden gerepresenteerd door *eenvoudige gerichte graphen*, ook wel *digraphs* genoemd. In deze graphen zijn de lijnen gericht van het beginpunt naar het eindpunt.
Er mogen geen parallelle lijnen en lussen voorkomen. Moreno presenteerde zijn gegevens grafisch in een zgn. *sociogram*. Later werd daarnaast de *sociomatrix* als representatie gebruikt, die graphentheoretisch overeenkomt met de zgn. *adjacency* of *toegevoegde matrix* van een graph.[5]
De toegevoegde matrix van een digraph is een *vierkante matrix*; de rijen en kolommen van de matrix komen overeen met de punten van de graph; de cel a (i, j) is gelijk aan 1 als de digraph een gerichte lijn van punt i naar punt j bevat, en 0 als dat niet het geval is. Fig. 6.2. bevat een digraph met zijn toegevoegde matrix.
Tal van indices en procedures zijn ontwikkeld om op basis van de toegevoegde matrix en daaruit af te leiden matrices (zoals de afstandenmatrix en de bereikbaarheidsmatrix) van een dergelijk gerichte graph de structuur van de groep en de positie van de personen daarin te karakteriseren (zie de volgende paragrafen). Omdat veel van deze indices en procedures slechts beschrijvend van aard zijn, verdient vooral de aanpak van Holland en Leinhardt specia-



$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Fig. 6.2. Een digraph met zijn toegevoegde matrix.

le vermelding. Zij benadrukken terecht de noodzaak modellen van sociale structuren te ontwikkelen waaruit bepaalde beperkingen voor de data voortvloeien, op basis waarvan de modellen empirisch getoetst kunnen worden. Zo tonen zij aan dat een aantal modellen ter verklaring van patronen in interpersonele relaties binnen kleine groepen impliceren dat affectieve relaties transitief zijn. (Transitiviteit van sociale keuzes houdt in: *als* persoon A persoon B kiest (bijvoorbeeld als vriend) én *als* persoon B persoon C kiest, dan kiest persoon A ook persoon C (als vriend).) Zij ontwikkelen daarom een procedure en een aantal coëfficiënten om de hypothese van transitiviteit te toetsen.[6] Deze *hypothese van transitiviteit* blijkt inderdaad bevestigd te worden.[7] Analyse van transitiviteit houdt de analyse van alle triaden in een sociaal netwerk in. Recentelijk hebben Holland en Leinhardt hun procedure uitgebreid, waardoor het mogelijk is niet alleen op transitiviteit van relaties te toetsen, maar ook te toetsen of andere combinaties van triaden duidelijk meer of minder voorkomen dan men zou mogen verwachten.[8]

Een ander graphentheoretische toepassing bij de analyse van kleine groepen is de graphentheoretische uitwerking van de *cognitieve balanstheorie* van F. Heider[9] door D. Cartwright en F. Harary.[10] Heider hield zich bezig met drie sociale eenheden zoals gepercipieerd door een persoon: P, de persoon onder studie; O, een andere persoon; en X, een object. Heiders aandacht richtte zich op drie relaties: P's evaluatie van O, P's evaluatie van X en O's evaluatie van X (zoals gepercipieerd door P).

Er is nu sprake van cognitieve balans wanneer alle relaties positief zijn dan wel als twee van de drie relaties negatief zijn en de derde positief is. Dus, wanneer bijvoorbeeld P een positieve waardering heeft voor O en zowel P als O een negatieve waardering hebben voor X, dan bestaat er balans en daarmee een zeker evenwicht (zie fig. 6.3.A). Wanneer echter bijvoorbeeld P een negatieve waardering voor O heeft en zowel P als O een positieve waar-

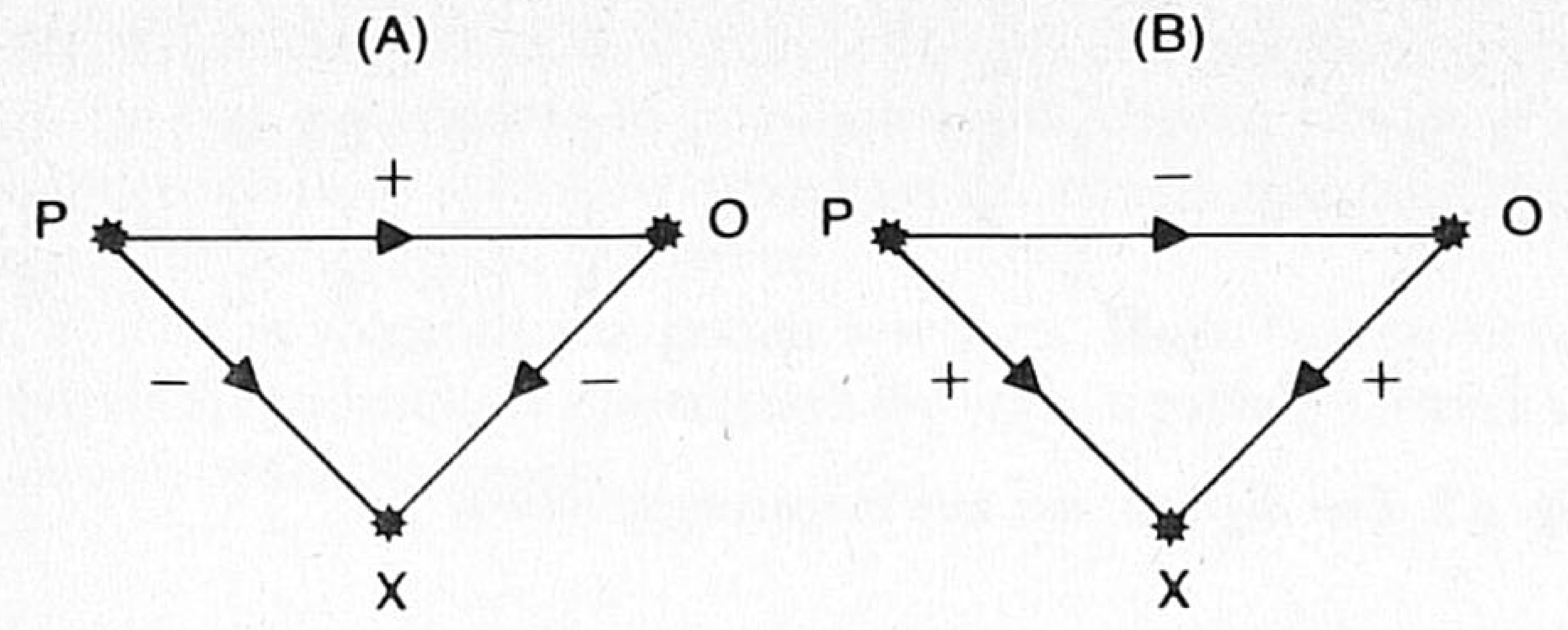


Fig. 6.3. Cognitieve balans. In (A) bestaat balans, in (B) niet.

dering hebben voor X, is er geen sprake van balans, hetgeen za samengaan met psychologische spanningen (zie fig. 6.3.B).
Cartwright en Harary nu hebben aangetoond hoe Heiders con ceptie van cognitieve balans kan worden behandeld in termen va *gesigneerde graphen* en kan worden gegeneraliseerd tot een wil lekeurig aantal elementen.
Een gesigneerde graph is een eenvoudig gerichte graph waarbi aan elke gerichte lijn een positief of negatief teken is toegevoegd Hun definitie van balans impliceert dat een groep in balans hetzi één homogene groep is met uitsluitend positieve relaties hetzi uiteenvalt in twee subgroepen, waarbij alle positieve relaties binnen de subgroepen vallen en alle negatieve tussen de twee subgroepen. Aangezien sociometrische analyses aantonen dat personen in groepen zich niet splitsen in twee fracties, maar eerder i een groot aantal subgroepen, ontwikkelde J.A. Davis een algemener graphentheoretisch theorema waarvan de structurele balan van Cartwright en Harary een speciaal geval is.[11]
Bij de analyse van kleine groepen worden vaak *eenvoudige ongerichte graphen* gebruikt voor de analyse van symmetrische relaties, zoals de aan- en afwezigheid van communicatiekanalen tussen personen. Eén van de klassieke voorbeelden van dergelijk sociaal-wetenschappelijke toepassingen van de graphentheorie i een zeer elementaire vorm is het onderzoek van A. Bavelas.[12] Bavelas onderzocht experimenteel de relatie van de communicatie structuur met de effectiviteit en snelheid van taakvervulling en d ontwikkeling van leiderschap en arbeidssatisfactie in kleine groepen. Bavelas onderzocht dit met een aantal experimenten waari kleine groepjes proefpersonen gezamenlijk bepaalde puzzels o moesten lossen volgens een communicatiestructuur, waarin d

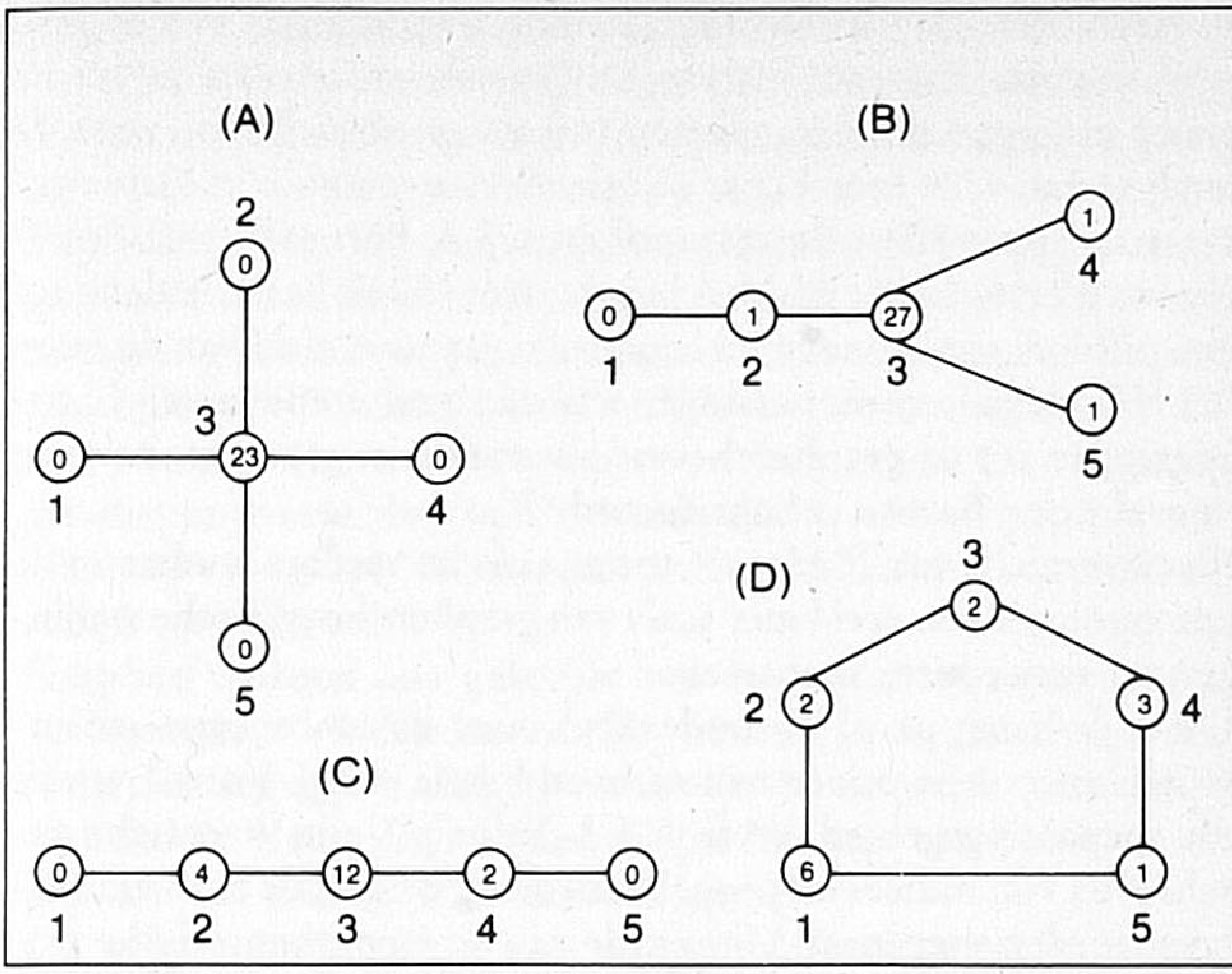


Fig. 6.4. Het ontstaan van erkend leiderschap in verschillende communicatiestructuren. Het getal bij iedere positie geeft het totaal aantal groepsleden aan dat de persoon in die positie aanwees als leider. (Bron: Bavelas, o.c. p. 508.)

informatie-uitwisseling verliep volgens bepaalde basistypen van graphen. De proefpersonen communiceerden daarbij met briefjes via gleuven door wanden, die zo waren opgesteld dat het gewenste communicatiepatroon resulteerde. Als een voorbeeld zijn vier van zulke communicatiepatronen in fig. 6.4. gegeven. Om de relatie tussen communicatiestructuur en leiderschap te kunnen analyseren, werd de volgende vraag gesteld: 'Heeft uw groep een leider? Zo ja, wie?' De antwoorden zijn in de cirkels van fig. 6.4. gegeven. Alle 23 personen die in structuur (A) participeerden en de vraag beantwoordden, herkenden de persoon in de derde positie als hun leider. Dit was in mindere mate het geval in de structuren (B) en (C) waarin zijn buren soms ook genoemd werden. In structuur (D) herkende bijna niemand een leider. Latere experimenten gaven vaak tegenstrijdige resultaten. Recentelijk hebben L.C. Freeman, D. Roeder en R.R. Mulholland aangetoond dat dit mede veroorzaakt kan zijn doordat de onderzoekers centraliteit van punten in een graph op een eenzijdige manier hebben gemeten (zie par. 6.3.2.).[13]

In het verlengde van bovengenoemde toepassingen van de graphenanalyse voor de analyse van sociale structuren in kleine groepen liggen de toepassingen van de graphentheorie voor de analyse van verwantschaps- en vriendschapsrelaties in kleine gemeenschappen door de antropologen. J.A. Barnes[14] en E. Bott[15] legden hiertoe in het midden van de jaren '50 de basis, leidend tot een opbloei van de netwerkbenadering aan het eind van de jaren '60.[16] In de meeste toepassingen worden uitsluitend enkele basisbegrippen uit de graphentheorie als analogon gebruikt, hetgeen vooral door Barnes is bekritiseerd.[17]
Het overzicht van P. Hage[18] toont aan dat recente studies in de antropologie een veel beter scala van graphentheoretische stellingen en procedures toepassen.
Dit is ook het geval bij onderzoek naar communicatie- en invloedsstructuren onder nationale en lokale elites. Vooral vanuit dit toepassingsgebied heeft A.J.A. Felling[19] zijn overzicht geschreven van indices en procedures die in de sociale netwerkanalyse worden toegepast. Uitgaande van de meer theoretische studies van D. Riesman[20], C.W. Mills[21] en G.W. Domhoff[22] heeft een groep van onderzoekers rond C. Kadushin een reeks van internationaal vergelijkbare onderzoekingen gedaan naar de structuur van nationale elites.[23] In deze studies worden in eerste instantie een aantal belangrijke politieke en maatschappelijke posities op nationaal niveau geselecteerd. Met behulp van enquêtes wordt aan de bekleders van deze posities onder andere gevraagd met wie zij sociale contacten onderhouden. Als daarbij personen worden genoemd die nog niet geselecteerd waren, worden deze eveneens benaderd.
Deze zgn. sneeuwbalprocedure wordt een aantal malen herhaald. Vervolgens wordt de sociale structuur binnen de aldus geselecteerde groep geanalyseerd. Bij deze analyse speelt de detectie van onderling sterk, maar naar buiten gering verbonden subgroepen een belangrijke rol. Vooral vanuit dit perspectief is een aantal nieuwe graphentheoretische begrippen ontstaan rond het begrip 'clique'.[24] Aangezien in deze onderzoekingen persoonlijke contacten veelal gespecificeerd worden naar beleidsgebied, kunnen de netwerken per beleidsgebied worden geanalyseerd en vergeleken met die op andere beleidsgebieden. Beschouwen wij de persoonlijke contacten op verschillende beleidsgebieden als verschillende soorten relaties, dan komt de graphentheoretische afbeelding overeen met de *multigraph.*
De graphentheoretische uitwerking van cumulatieve schaaltechnieken heeft vanuit de sociale wetenschappen een belangrijke bijdrage geleverd tot de analysemogelijkheden van dergelijke multi-

graphen.[25] De elitestudies van E.D. Laumann en F.U. Pappi op stedelijk niveau illustreren dat ook meerdimensionele schaalmethoden waardevol kunnen worden gecombineerd met graphenanalyse voor de analyse van sociale structuren.[26]
Representeerden de punten in de graph in de bovengenoemde graphentheoretische toepassingen steeds personen, in andere toepassingen worden geheel andere sociale eenheden op de punten afgebeeld. F. Lorrain en H.C. White[27] bijvoorbeeld beschouwen sociale structuur als een netwerk van rollen. De rollen zijn dan de punten van de graph, de wederzijdse rolverwachtingen, de lijnen van de graph. Personen kunnen gelijktijdig verschillende rollen vervullen.
Graphen worden ook gebruikt om de cognitieve structuur van beslissingen te representeren. De punten van de graph representeren dan begrippen, de gerichte lijnen van de graph oorzakelijke verbanden. Het teken van de gerichte lijn geeft aan of het om een positief dan wel negatief verband gaat.[28]
Op geheel andere wijze kunnen graphen ook gebruikt worden voor de analyse van activiteit en leiderschap in besluitvormende lichamen. Zo representeerden in een van mijn studies de punten in de graph delegaties in de Verenigde Naties. Zeer vaak worden voorstellen in de Algemene Vergadering van de Verenigde Naties door verschillende delegaties gezamenlijk ingediend. Dergelijke 'cosponsorship'-relaties kunnen wij afbeelden als de lijnen van een graph. Vervolgens is het mogelijk de structuur van deze gemeenschappelijke activiteiten te bepalen met behulp van graphentheoretische concepten en stellingen. Op deze wijze werd leiderschap en groepsstructuur tussen de Derde-Wereldlanden over de periode 1950-1968 geanalyseerd.[29] In geheel andere toepassingen van de graphentheorie in de sociale wetenschappen representeren de punten van de graph organisaties of beslissingseenheden (commissies, bedrijven, particuliere en (semi-)overheidsorganisaties). Dit is bijvoorbeeld het geval in een reeks van recente onderzoeksprojecten naar politieke en economische machtsstructuren. De lijnen representeren daarbij verschillende soorten relaties tussen deze organisaties, zoals financiële relaties, prijs-, quota- en andere reguleringsafspraken, toeleveringsrelaties en personele relaties. In verband met de toegankelijkheid van de gegevens concentreert een groot deel van dit type onderzoek zich op personele relaties tussen organisaties.
Binnen het bedrijfsleven gaat het daarbij vooral om personele relaties tussen de toporganen van deze bedrijven: de raden van bestuur en commissarissen en daarmee vergelijkbare organen in het buitenland.[30]

6.3. Analyse van sociale netwerken

Uit het bovenstaande overzicht van graphentheoretische toepassingen in de sociale wetenschappen zijn vele perspectieven voor analyse af te leiden. In een aantal toepassingen ligt de voornaamste belangstelling op de posities die punten of deelverzamelingen van punten in een sociaal netwerk innemen (welke punten zijn centraal, welke marginaal?); in andere toepassingen zal het zwaartepunt van analyse op de relaties in een sociaal netwerk liggen (zijn de lijnen 'efficiënt' neergelegd; bestaat er een grote overlap tussen verschillende soorten relaties; hoe dicht is het netwerk; bestaan er clusters in het netwerk?). Bij de analyse van posities en relaties kan het accent liggen op individuele punten, deelverzamelingen van punten of het netwerk als geheel. Zo ontstaan zes benaderingen vanwaaruit sociale netwerken geanalyseerd kunnen worden.[31] Uitgebreide behandeling van analytische procedures en indices voor elk van deze benaderingen overstijgt de grenzen die aan dit artikel gesteld zijn. Wij beperken ons tot eenvoudige ongerichte of gerichte graphen en volstaan met een uiteenzetting van een aantal procedures en indices voor drie benaderingen, namelijk:

- procedures om deelverzamelingen van punten in een netwerk af te bakenen op basis van de relaties tussen deze punten (detectie van deelgraphen);
- een typologie van veel gebruikte maten, voor de bepaling van de centraliteit van punten in een graph (puntcentraliteit);
- verschillende aspecten van centralisatie van de relationele structuur binnen een graph of netwerk als geheel (graph-centraliteit).

Deze en andere gangbare procedures en indices voor sociale netwerkanalyse zijn opgenomen in een uitgebreid computerpakket voor sociale netwerkanalyse, GRADAP (GRAph Definition and Analysis Package), dat door de universiteiten van Amsterdam, Groningen en Nijmegen is ontwikkeld. Voor een uitgebreider overzicht en verdere uitwerking van procedures en indices wordt verwezen naar de daarbij behorende gebruikershandleiding.[32]

6.3.1. Detectie van deelgraphen

Een deelgraph van een graph bestaat uit een deelverzameling van de punten van een graph en alle lijnen waarvan beide incidente punten tot die deelverzameling behoren. Bij de detectie van deelgraphen zijn wij geïnteresseerd in speciale deelgraphen, die bepaalde graphentheoretische kenmerken bezitten. Om die te definiëren hebben wij een aantal graphentheoretische begrippen no-

dig. De meeste van deze begrippen zullen wij overigens ook in de volgende subparagrafen gebruiken.
In een *gerichte* graph bestaat een *pad van* punt x *naar* punt y als er een alternerende rij van punten z(1),......z(k-1) en gerichte lijnen l(1),......l(k) bestaat:
x l(1) z(1) l(2) z(2)......z(k-1) l(k) y waarbij de lijnen gericht zijn van het voorgaande punt naar het daarop volgende punt (m.a.w. z(1) is beginpunt van l(2) en z(2) is eindpunt van l(2)). Elk punt mag maar één keer voorkomen in de rij; x heet het beginpunt van het pad en y het eindpunt. De *lengte* van een pad is het aantal lijnen daarin.
De *afstand van* punt x *naar* punt y is de lengte van een kortste pad van x naar y. Punt y is *bereikbaar* vanuit punt x, als er een pad van x naar y bestaat. Een graph is *sterk verbonden* als elk tweetal punten in de graph wederzijds bereikbaar is.
Bij een *semipad* tussen punt x en punt y hoeven de lijnen niet steeds gericht te zijn van het voorgaande punt naar het daaropvolgende, zoals hierboven werd vereist voor een pad, maar mogen de lijnen ook andersom gericht zijn (m.a.w. z(1) mag zowel begin- als eindpunt van l(2) zijn). Een graph is *zwak verbonden* als elk tweetal punten in de graph met elkaar verbonden is door een semipad.
In *ongerichte graphen* bestaat er geen onderscheid tussen pad en semipad, omdat de lijnen geen richting hebben. We spreken dan alleen van een *pad tussen* punt x en punt y, als er een dergelijke alternerende rij van (ongerichte) lijnen en punten tussen bestaat. Wederom is de *lengte* het aantal lijnen in het pad. De *afstand tussen* x en y is de lengte van het kortste pad tussen de twee punten. Een graph is *verbonden* als er tussen elk tweetal punten een pad bestaat.
Wij zijn nu in staat verschillende soorten deelgraphen te definiëren, die ook in sociale netwerkanalyse vaak gedetecteerd worden omdat daarmee deelverzamelingen van punten vastgelegd wor-

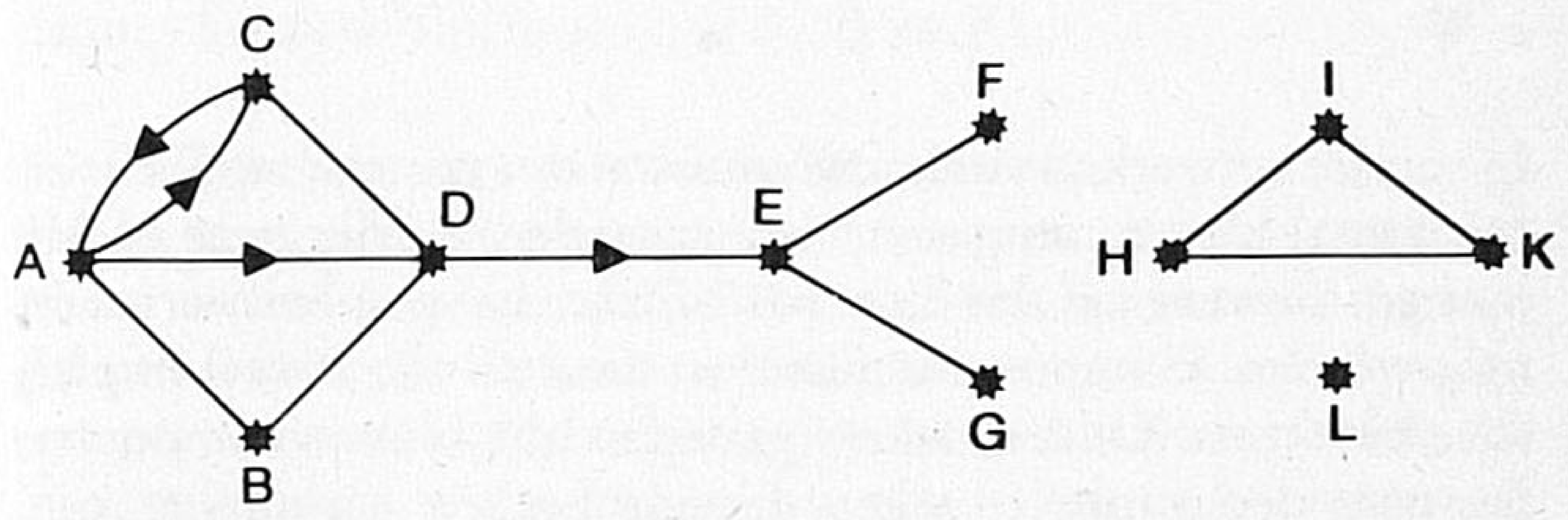


Fig. 6.5. Een gerichte graph.

den die op een speciale manier met elkaar verbonden zijn. V
nemen daarbij de graph in fig.6.5. als voorbeeld.

Een *zwakke component* in een gerichte graph is een maxim
deelgraph die zwak is verbonden. De graph in fig. 6.5. bevat d
zwakke componenten, namelijk de deelgraphen met de volgen
punten:

- A, B, C, D, E, F, G
- H, I, K
- L

Een *sterke component* in een gerichte graph is een maximale de
graph die sterk verbonden is. De graph in fig. 6.5. bevat zes ster
componenten, namelijk de deelgraphen met de volgende punte

- A, B, C, D
- H, I, K
- E
- F
- G
- L

Zowel voor zwakke als voor sterke componenten geldt dat
punt in één en slechts één component gevat is. Sterke en zwak
componenten vormen daarom partities op de punten. (Met an
re woorden elk punt behoort tot precies één sterke resp. zwak
component.) Bij de analyse van sociale netwerken worden v
eerst de zwakke en sterke componenten bepaald en wordt de a
lyse voortgezet binnen de grotere componenten.

In een *ongerichte* graph bestaat geen onderscheid tussen ste
componenten en zwakke componenten omdat het onderscl
tussen zwak verbonden en sterk verbonden vervalt. Wij spre
dan uitsluitend over *componenten* van een graph. Een com
nent van een ongerichte graph is een maximale deelgraph die
bonden is. In het voorbeeld van fig. 6.6. bestaan er drie com
nenten, namelijk de deelgraphen met de volgende punten:

- M, N, O, P, Q, R, S
- T, U, V
- W

In sociale netwerken vinden wij meestal één grote componer
een aantal kleine componenten bestaande uit drie, twee of
punten. Bewezen is dat dit reeds bij zeer ijle graphen verw
mag worden. Componenten hebben daarom niet zoveel em
sche betekenis. Onderzoekers gaan dan ook binnen compo
ten naar deelgraphen zoeken die nog hechter verbonden
Hierbij speelt het begrip *clique* een belangrijke rol. Hoewel

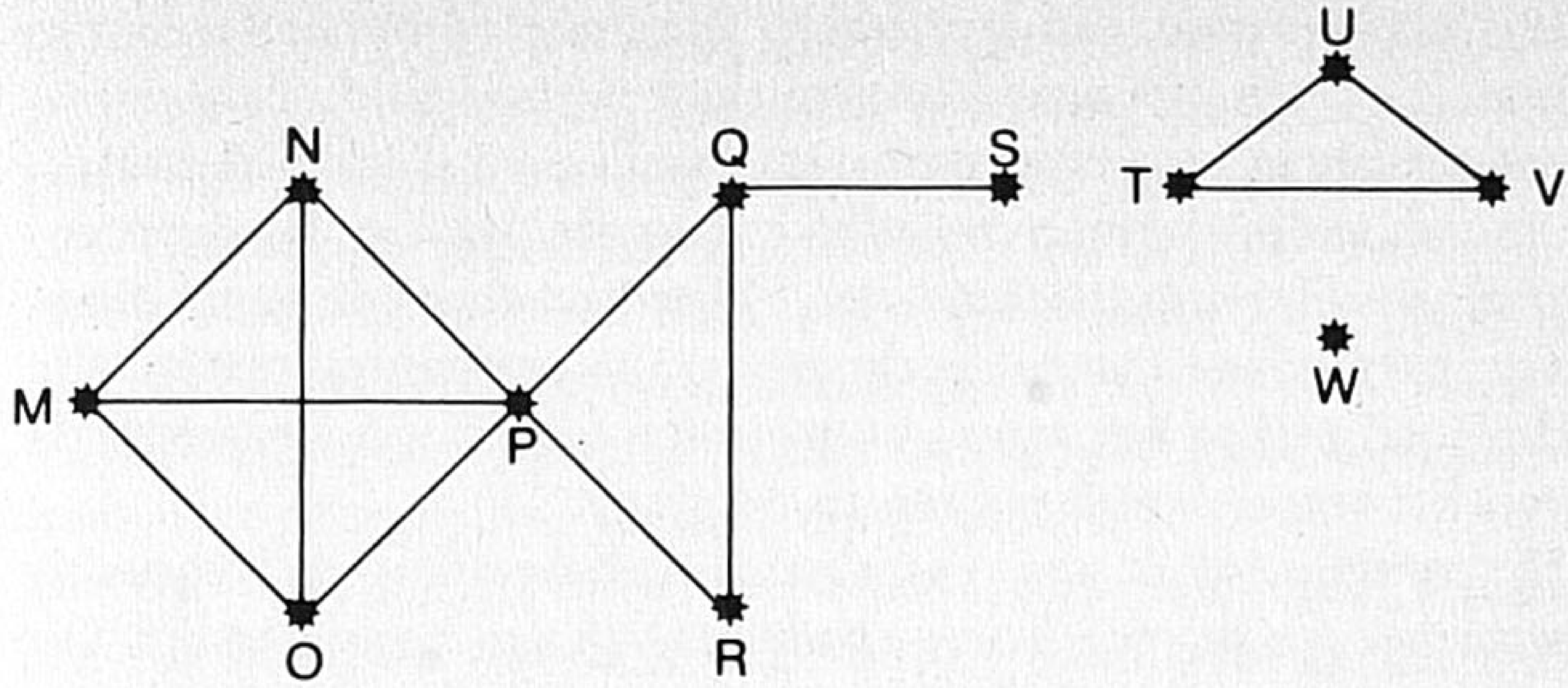


Fig. 6.6. Een ongerichte graph.

schillende definities van cliques gehanteerd worden, is de meest gangbare die van K.D. Luce en A. Perry: 'een clique is een maximale volledig verbonden deelgraph.'[33] Volledig verbonden betekent dat tussen elk tweetal punten een lijn bestaat ofwel dat de afstand tussen elk tweetal punten gelijk is aan 1. Als wij ons beperken tot cliques met drie of meer punten, dan bevat fig. 6.6. de cliques:
- M, N, O, P
- P, Q, R
- T, U, V

Een algemenere definitie van clique staat ook het bestaan van indirecte verbindingen tussen punten van één clique toe. Deze meer algemene definitie vereist dat elk tweetal punten in een clique afstand N of kleiner t.o.v. elkaar heeft in de oorspronkelijke graph. Zo'n clique wordt N-clique genoemd. De hierboven gedefinieerde clique is een speciaal geval daarvan, namelijk de 1-clique. Als wij ons weer beperken tot cliques met drie of meer punten, bevat fig. 6.6. de volgende 2-cliques:
- M, N, O, P, Q, R
- P, Q, R, S
- T, U, V

Zoals uit dit voorbeeld blijkt, kunnen punten tot verschillende cliques behoren (bijvoorbeeld P, Q en R).

6.3.2. Typologie van puntcentraliteitsmaten

Om de centraliteit van punten in een graph te meten is een groot aantal maten in omloop. L.C. Freeman heeft hierin ordening aangebracht, doordat hij kon aantonen dat een groot aantal maten terug te voeren is tot drie aspecten van centraliteit in graphen die in toepassingen op communicatienetwerken ook theoretisch goed te interpreteren zijn.[34]

Het eerste aspect van centraliteit is gebaseerd op de *graad* van punten, d.w.z. het aantal buurpunten van een punt. Punten met een positie in een communicatienetwerk die vele directe contacten met andere punten mogelijk maakt, hebben een hoog potentieel aan *communicatieactiviteit*. De eenvoudigste en meest direct interpreteerbare maten die dit aspect van centraliteit meten, zijn de graad zelf of het aantal buurpunten uitgedrukt als proportie van het totaal aantal punten in de graph.

Het tweede aspect van centraliteit is gebaseerd op de frequentie waarmee een punt op kortste paden *tussen* andere punten ligt. Dit aspect van centraliteit indiceert het potentieel van een punt om informatie in een communicatienetwerk tegen te houden of te vertekenen en heeft dus betrekking op het potentieel van een punt om *communicatie* in een netwerk *te beheersen*, wanneer wij daarbij de veronderstelling maken dat communicatie via zo min mogelijk schakels (m.a.w. via *kortste* paden) verloopt. De maat rush, door J.M. Anthonisse ontwikkeld[35], meet dit aspect van centraliteit. De rush is gebaseerd op een model waarbij ieder punt een eenheid informatie zendt naar elk van de punten die vanuit hem bereikbaar zijn. De maat geeft aan de proportie informatie die via een punt gaat, wanneer uitsluitend kortste paden worden gebruikt en elk kortste pad een gelijke kans heeft om benut te worden.

Het derde aspect van centraliteit is gebaseerd op de mate waarin een punt *dicht bij* alle andere punten in een graph ligt. In een communicatienetwerk heeft dit aspect van centraliteit te maken met de mate waarin een punt de potentiële communicatiebeheersing door andere punten kan vermijden. Maten die gebaseerd zijn op de *afstand* van een punt t.o.v. de andere punten hebben betrekking op dit aspect van centraliteit. De eenvoudigste en meest direct interpreteerbare maat is de gemiddelde afstand van een punt t.o.v. alle andere punten in een verbonden graph. Hoe kleiner deze gemiddelde afstand, des te centraler is het punt. Soms wordt daarom ook wel één gedeeld door de gemiddelde afstand als maat van centraliteit genomen.

L.C. Freeman c.s. hebben de experimenten van Bavelas die wij in par. 6.2. bespraken, herhaald om na te gaan welke aspecten van centraliteit samenhangen met leiderschapsperceptie, voldoening en bepaalde communicatieactiviteiten.[36] Hiertoe kozen zij communicatiepatronen waartussen de rangorde van de punten verschillend waren al naar gelang het aspect van centraliteit. In dit interessante experiment bleek dat de traditioneel gebruikte centraliteitsmaten die op afstand zijn gebaseerd, nauwelijks differentieerden. Het is vooral de potentie communicatie te beheersen

('betweenness') dat duidelijk gelieerd is met leiderschapspercep-tie. De meeste voldoening hadden de personen, die zowel twee of meer directe contacten met andere als een strategische positie voor communicatiebeheersing hadden (wederom 'betweenness'). Personen met veel directe contacten (hoge graad) legden inderdaad een grote communicatieactiviteit aan de dag. Verder bleek dat centrale punten in termen van 'betweenness'-verzamelaars, niet-doorgevers van informatie waren.
Hoezeer de typologie van Freeman ook moge aanspreken, zij laat een vierde aspect van centraliteit buiten beschouwing, dat zijn oorsprong vindt in studies van invloedsstructuren. In deze studies wordt invloed of status gezien als een proces waarin niet alleen directe verbindingen en/of kortste paden een bijdrage leveren, maar ook indirecte en redundante verbindingen. Alle sequenties van punten en lijnen worden hier in ogenschouw genomen, zij het met een geringer gewicht naarmate zij langer worden. Voor een overzicht van deze maten verwijs ik naar H. Beereboom.[37]

6.3.3. *Typologie van graphcentraliteitsmaten*

Zoals er verschillende aspecten zijn op basis waarvan de centraliteit van punten kan worden bepaald, zijn er verschillende aspecten op basis waarvan wij de centralisatie van een relationele structuur binnen een graph of netwerk als geheel kunnen evalueren. T. Hoivik en N.P. Gleditsch[38] onderscheiden drie aspecten:
1. *Integratie*. Een geïntegreerde graph is een graph waarin de gemiddelde afstand tussen punten gering is.
2. *Unipolariteit*. Een unipolaire graph is een graph waarin één punt een geringe afstand heeft t.o.v. alle andere punten.
3. *Centralisatie*. Een gecentraliseerde graph is een graph waarin grote verschillen in de centraliteit van punten bestaan.

Bij de verdere uitwerking van deze drie aspecten stellen Hoivik en Gleditsch maten voor die gebaseerd zijn op de graad van de punten, hetzij op de afstanden tussen de punten. Terecht trekt Freeman de drie aspecten die hij voor puntcentraliteit onderscheidt door naar graphcentraliteit. Hij beschouwt echter op zijn beurt slechts één aspect van de door Hoivik en Gleditsch gegeven aspecten, namelijk centralisatie. Het ligt daarom voor de hand een meer omvattende typologie van graphcentraliteitsmaten te maken waarin de typologie van Freeman gecombineerd wordt met die van Hoivik en Gleditsch. Dit wordt gedaan in tabel 6.2.
Unipolariteit in een graph wordt gemeten op basis van het meest centrale punt.
Zowel Freeman als Hoivik en Gleditsch drukken de centralisatie

Tabel 6.2. Typologie van graphcentraliteitsmaten

	Hoivik en Gleditsch		
Freeman	centralisatie	integratie	unipolariteit
graad	spreidingsmaten voor de graad van de punten	dichtheid = aantal lijnen t.o.v. totaal aantal paren punten	maximale graad
'betweenness'	spreidingsmaten voor de rush van de punten	–	maximale rush
nabijheid/ afstand	spreidingsmaten voor de gemiddelde somafstanden van de punten	gemiddelde afstand in de graph als geheel	minimale gemiddelde somafstand

van een graph uit door de centraliteit van het meest centrale punt te vergelijken met die van alle andere punten. Nemen wij als voorbeeld centraliteit op basis van de graden van de punten. Duiden wij de graad van een punt i aan met g_i, en de graad van het meest centrale punt met $\max_k g_k$, dan is de centralisatie op basis van graden van de graph (C_g) gelijk aan:

$$C_g = \sum_{i=1}^{n} (\max_k g_k - g_i)$$

Een zwakheid in deze definitie van centralisatie – en ook van de analoge definities op basis van rush en gemiddelde somafstanden – is het feit dat de centraliteiten van de punten uitsluitend worden betrokken op die van het meest centrale punt. T. Snijders stelt daarom een maat van centralisatie voor waarin de centraliteit van elk tweetal punten met elkaar vergeleken wordt. Dit blijkt overeen te komen met een maat die gebaseerd is op de variantie van de graden van de punten.[39] Het voordeel van zijn maat is bovendien dat de hoogte daarvan geëvalueerd kan worden in termen van de verwachte variantie onder diverse nulmodellen.

Integratie wordt veelal uitgedrukt in termen van de dichtheid van een netwerk (graad) of in termen van de gemiddelde afstand in de graph als geheel (nabijheid). Maten van integratie op basis van 'betweenness' zijn (nog) niet gedefinieerd.

6.4. Slot

Uit dit overzicht komt, naar ik hoop, duidelijk naar voren dat de graphentheorie een bijdrage kan leveren bij de bestudering van een zeer breed scala van sociaal-wetenschappelijke probleemgebieden. Deze probleemgebieden doorsnijden vrijwel alle sociale wetenschappen. Toch mag uit dit overzicht niet de conclusie getrokken worden dat de graphentheoretische toepassingen in de sociale wetenschappen al zo ver ontwikkeld zijn, dat zij adequaat gebruikt kunnen worden voor de bestudering van fundamentele aspecten van sociale structuren. Graphentheoretische toepassingen in de sociale wetenschappen zijn tot nu toe te beschrijvend van aard en gebruiken graphentheoretische termen veelal slechts als analogon. Er bestaat een grote behoefte om geschikte graphentheoretische modellen voor de sociale wetenschappen te ontwikkelen waaruit bepaalde restricties voor sociale structuren ter toetsing kunnen worden afgeleid. Dan ontstaat ook in graphentheoretische toepassingen een integratie tussen theorie en meten, die daarbuiten reeds duidelijk waarneembaar is in de introductie en verdere ontwikkeling van schaal- en analysemodellen in de sociale wetenschappen.[40]
Hierboven hebben wij reeds de studies van Holland en Leinhardt genoemd als een voorbeeld van een recente ontwikkeling in deze richting bij graphentheoretische toepassingen in de sociale wetenschappen. Deze ontwikkeling in de graphentheoretische toepassingen kan zeer goed versneld worden door bestaande schaal- en analysemodellen in de sociale wetenschappen graphentheoretisch uit te werken. Hiervan zijn reeds verschillende voorbeelden te geven die alle geleid hebben tot de mogelijkheid bepaalde structurele kenmerken van sociale netwerken te toetsen. Eén daarvan is de graphentheoretische uitwerking van het *stochastische cumulatieve schaalmodel* van Mokken[41] ter bepaling van:

a. cumulatieve schalen van punten op basis van hun relaties met andere punten in een eenvoudige graph;

b. cumulatieve schalen van relaties in een multigraph.

Beide graphentheoretische uitwerkingen zijn toegepast op het (gezamenlijk) indienen van resoluties in de Verenigde Naties ter bepaling van leiderschapsstructuren onder ontwikkelingslanden.[42] Via een cumulatieve schaalanalyse van het gemeenschappelijk indienen van resoluties over verschillende onderwerpen bleken er bijvoorbeeld in de periode 1960-63 twee cumulatieve dimensies van 'cosponsorship'-relaties tussen ontwikkelingslanden te bestaan: één over koloniale onderwerpen en één over sociaal-economische onderwerpen. Op grond hiervan werden twee netwerken tussen de ontwikkelingslanden gegenereerd: een koloniaal netwerk en een sociaal-economisch netwerk. Vooral de relaties binnen Latijns-Amerika en die tussen Latijns-Amerika en Afro-Azië bleken sterk te verschillen voor de twee netwerken. Vanwege het belang van dergelijke graphentheoretische uitwerkingen van sociaal-wetenschappelijke meet- en analysemodellen voor het toetsen van hypothesen over de structuur van sociale netwerken is in het pakket GRADAP een nauwe aansluiting gezocht tussen de programmatuur voor graphenanalyse en andere sociaal-wetenschappelijke programmatuur. Deze aansluiting is daarnaast gewenst om resultaten van netwerkanalyse, zoals de centraliteit van punten in een graph, te kunnen betrekken op andere kenmerken van deze punten. Alleen op deze wijze kan sociale netwerkanalyse in een ruimer theoretisch kader worden geplaatst. *Het is vooral de combinatie van de introductie van modellen voor sociale structuren met de relatering van de uitkomsten daarvan aan andere gegevens die kunnen leiden tot verdere validering van sociale netwerkgegevens.* Men kan daarbij sociale netwerkgegevens hetzij als onafhankelijke variabelen gebruiken ter verklaring van bijvoorbeeld uitkomsten van besluitvormingsprocessen, hetzij als afhankelijke variabelen. Een voorbeeld van het eerste is een project aan de Katholieke Universiteit van Nijmegen waarin nagegaan werd of rookgewoonten van scholieren uit interactieprocessen verklaard kunnen worden.[43] Bij Holland en Leinhardt[44] zijn de sociale netwerkgegevens daarentegen de afhankelijke variabelen. Zij werken een dynamisch model voor sociale netwerken uit waarin de kans op het ontstaan dan wel verdwijnen van een lijn via een regressievergelijking o.a. wordt gerelateerd aan kenmerken van de begin- en eindpunten van de lijn en de mate waarin de eindpunten van de andere lijnen vanuit deze punten elkaar overlappen.